# Gabarito
# 2022

Mathématiques sans Frontières

**Níveis Júnior e Sênior**
**7º EF à 3ª. EM**

Rede POC
International Education

ACADÉMIE
DE STRASBOURG
Liberté
Égalité
Fraternité

**MSF 2022 - GABARITOS – NIVEL JR SR**

As respostas abaixo servem apenas para a seleção das melhores provas para envio para correção. O gabarito oficial será elaborado pela Comissão Nacional de correção das provas e divulgado oportunamente.

**Questão 1 – Língua Estrangeira (Em que mão?) - 7 pontos**

Soient G le nombre de pièces de la main gauche et D celui de la main droite.

- ► Si G est impair et D pair, alors 3G est impair et 2D pair donc 3G + 2D est impair.
- ► Si G est pair et D impair, alors 3G est pair et 2D aussi

donc3G + 2D est pair. D'où la conclusion :

Si le résultat annoncé par Pablo est impair, la main droite contient un nombre pair de pièces et si le résultat annoncé est pair c'est la main gauche qui contient un nombre pair de pièces.

---

Sei l die Anzahl der Münzen in der linken Hand und r die Anzahl der Münzen in der rechten Hand.

- ➢ Wenn l ungerade ist und r gerade, dann ist auch 3l ungerade und 2r gerade, und damit ist 3l + 2r ungerade.
- ➢ Wenn l gerade ist und r ungerade, dann sind sowohl 3l als auch 2r gerade, und damit ist 3l + 2r gerade.

Wenn die Summe ungerade ist, befindet sich die gerade Anzahl Münzen in der rechten Hand. Wenn die Summe gerade ist, befindet sich die gerade Anzahl Münzen in der linken Hand.

---

Let G be the number of coins in the left hand and D the number in the right hand.

► if G is odd and D even, then 3G is odd and 2D even so 3G + 2D is odd.

► If G is even and D odd, then 3G is even and 2D also therefore 3G + 2D is even. Hence the conclusion:

If the result announced by Pablo is odd, the right hand contains an even number of coins and if the announced result is even, the left hand contains an even number of coins.

---

Sea G el número de monedas en la mano izquierda y D el número en la mano derecha.

► si G es impar y D par, entonces 3G es impar y 2D par, entonces 3G + 2D es impar.

► Si G es par y D impar, entonces 3G es par y 2D también, por lo tanto, 3G + 2D es par. De ahí la conclusión:

Si el resultado anunciado por Pablo es impar, la mano derecha contiene un número par de monedas y si el resultado anunciado es par, la mano izquierda contiene un número par de monedas.

Seja G o número de moedas na mão esquerda e D o número de moedas na mão direita.

- ▶ Se G for ímpar e D par, então 3G é ímpar e 2D par. Dessa forma, 3G + 2D é ímpar.
- ▶ Se G for par e D ímpar, então 3G é par e 2D par. Dessa forma, 3G + 2D é par.

Conclusão:
Se o resultado anunciado por Pablo for ímpar, a mão direita contém um número par de moedas e se o resultado anunciado for par, a mão esquerda contém um número par de moedas.

**<u>Questão 2 – Completamente quadrado - 5 pontos</u>**

Os dois primeiros dígitos do número de quatro dígitos podem ser: 16 ; 25 ; 36 ; 49 ; 64 ou 81.
Os dois últimos dígitos do número de quatro dígitos poder ser: 01 ; 04 ; 09 ; 16 ; 25 ; 36 ; 49 ; 64 ou 81.
Existem 54 combinações para testar, e a solução é única.
$1681 = 41^2$.
1681 é o número correto

**Resposta : eu sou o número 1681.**

**<u>Questão 3 – Triângulos - 7 pontos</u>**

Os três números positivos a, b, c tornam possível construir um triângulo de lados a, b, e c se, e somente se, o maior dos três números for estritamente menor que a soma dos outros dois.

A) Com o valor do primeiro dado sendo '1', existem 6 jogadas vencedoras:
(1 ; 1 ; 1) ; (1 ; 2 ; 2) ; (1 ; 3 ; 3) ; (1 ; 4 ; 4) ; (1 ; 5 ; 5) et (1 ; 6 ; 6).
O menor lado medindo 1, com a desigualdade triangular, a única possibilidade de não ter um triângulo obtuso ou uma construção impossível é ter um triângulo isósceles de base 1.
A probabilidade de ganhar, sabendo que o primeiro dado é '1', é :

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

**Resposta (a) : se o primeiro dado der o número 1, a probabilidade será 1/6.**

B) Com o valor do primeiro dado '4', 24 dos 36 lançamentos são vencedores:
(4 ; 1 ; 4) ; (4 ; 2 ; 3) ; (4 ; 2 ; 4) ; (4 ; 2 ; 5)
(4 ; 3 ; 2) ; (4 ; 3 ; 3) ; (4 ; 3 ; 4) ; (4 ; 3 ; 5) ; (4 ; 3 ; 6) ;
(4 ; 4 ; 1) ; (4 ; 4 ; 2) ; (4 ; 4 ; 3) ; (4 ; 4 ; 4) ; (4 ; 4 ; 5) ; (4 ; 4 ; 6)
(4 ; 5 ; 2) ; (4 ; 5 ; 3) ; (4 ; 5 ; 4) ; (4 ; 5 ; 5) ; (4 ; 5 ; 6)
(4 ; 6 ; 3) ; (4 ; 6 ; 4) ; (4 ; 6 ; 5) ; (4 ; 6 ; 6)

A probabilidade de ganhar, sabendo que o primeiro dado é '4', é :

$$\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

**Resposta (b) : se o primeiro dado der o número 4, a probabilidade será 2/3.**

**Questão 4 – Duas velocidades - 5 pontos**

Seja d o comprimento em km de uma viagem, t a duração da viagem de ida e t' a duração da viagem de volta expressas em horas. Temos d= 6t = 14t'. Para a viagem de ida e volta, a distância total percorrida é de 2d e a duração total é de t + t'. Podemos então, calcular a velocidade

$$V = \frac{2d}{t + t'} = \frac{2d}{\frac{d}{6} * \frac{d}{14}} = \frac{2d}{\frac{7d + 3d}{42}} = \frac{84d}{10d} = 8{,}4$$

**Resposta : a velocidade média é de 8,4 km/h.**

**Questão 5 – Corrida de escadas - 7 pontos**

Seja x o númerp de passos de Mickael. Laure fez $\mathrm{x} + 250$ para se juntar a Mickael no mesmo degrau. O número de degraus subidos pode ser escrito como $3\mathrm{x}$ ou $2(\mathrm{x} + 250)$.
Temos a equação: $3\mathrm{x} = 2(\mathrm{x} + 250)$.
A solução para esta equação é : $\mathrm{x} = 500$.
À medida que Mickael sobe os degraus de três em três, o número de degraus subidos será de $3\mathrm{x} = 1500$.
Da mesma forma para Laure : $2(\mathrm{x} + 250) = 1500$.
Laure e Mickael já subiram 1500 degraus.

**Resposta : eles subiram 1.500 degraus.**

**Questão 6 – Ponto errado - 5 pontos**

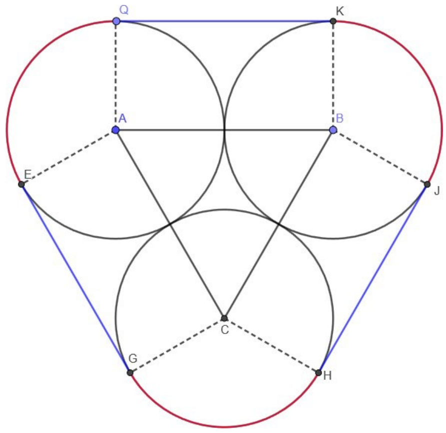
Como a virgula não foi digitada, François pagou cem vezes o que deveria ter pago. O caixa, portanto, pediu- lhe 99 vezes o preço do seu combustível.
François devera ter pago: $1.826{,}55/99 \ = \ €18{,}45$.
18,45€ é o valor que o caixa deveria ter indicado no terminal de pagamento.

**Resposta : o valor correto é 18,45 euros.**

**Questão 7 – Plantando tomates - 7 pontos**

Considere uma seção transversal da montagem das três estacas. Umpouco de barbante deve controná-lo. O comprimento do barbante para amarrar as estacas é mostrado em vermelho. Você tem que adicionar 20 cm para o nó.
Cada arco de um circulo desenhado em vermelho é igual a 1/3 da circunferência de uma estaca, ou seja :

$$\frac{2\pi * 3}{3} = 2\pi$$




Cada segmento desenhado em azul é igual a 6 cm.
O comprimento total de uma corda é, portanto:

$$18 + 6\pi + 20 = 38 + 6\pi$$

Como existem duas cordas, teremos:

$$2(38 + 6\pi) = 76 + 12\pi \approx 114\,cm$$

O comprimento mínimo de fio por lote, com aproximação de cm, que o centro de jardinagem deve fornecer é de 114 cm.

**Resposta : o comprimento mínimo deve ser 114 cm**.

**Questão 8 – Em suas marcas! - 5 pontos**

Os corredores têm suas linhas de partida escalonadas porque suas corridas nas partes do semicírculo não têm o mesmo comprimento, todos esses semicírculos têm raios diferentes

$$a = \pi * r_B - \pi * r_A = \pi * (r_B - r_A) = \pi * 1{,}2\,m \approx 3{,}77\,m$$
$$b = \pi * (r_C - r_A) = \pi * 1{,}2\,m \approx 3{,}77\,m$$

**Resposta : as distâncias são aproximadamente 3,77m.**

**Questão 9 – Duplo sentido - 7 pontos**

Podemos colocar a situação em uma equação:

$$4(1000a + 100b + 10c + d) = 1000d + 100c + 10b + a \ (1)$$

Vemos que a só pode assumir os valores 1 ou 2 (caso contrário 4abcd excederia 10 000).
Mas a é par, pois é o algarismo das unidades de um número multiplicado por 4.
Então a = 2.
Múltiplos de 4 terminados em 2 são: 4 x 3 = 12 ou 4 x 8 = 32.
Portanto, d = 3 ou d = 8.
a = 2 e d = 3 é impossível, porque o produto por 4 e um número maior que 2.000 não pode estar entre 3.000 e 4.000.
Portanto, a = 2 e d = 8.

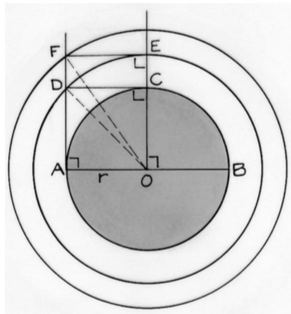
Substituímos na equação (1) :
$4(1000 * 2 + 100b + 10c + 8) = 8000 + 100c + 10b + 2$
$400b + 40c + 32 = 100c + 10b + 2$
$390b + 30 = 60c$
$13b + 1 = 2$

Mas b e c são números menores que 9, a única solução desta equação é **b = 1 e c = 7**.

**Resposta : o número abcd é igual a 2178.**

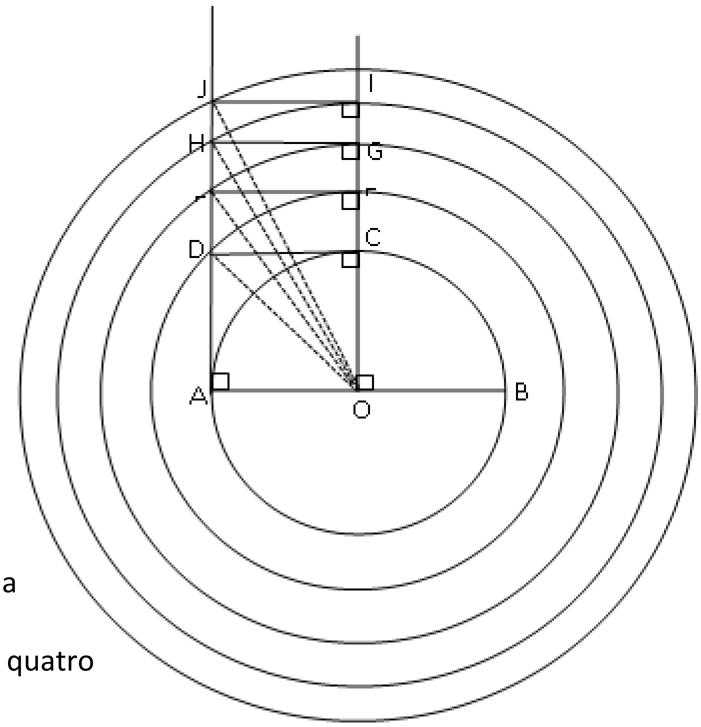
**<u>Questão 10 – Multiplicando círculos - 10 pontos</u>**

.




O raio OD pode ser calculado por Pitágoras :
$OD^2 = OA^2 + OC^2 = r^2 + r^2 = 2\,r^2$
Ou seja:
$OD = r\sqrt{2}$

O círculo de raio OD tem área $\pi\left(r\sqrt{2}\right)^2 = 2\pi r^2$
Isso é o dobro da área original do círculo.




Circule em torno de O e F :
$OF^2 = FE^2 + OE^2 = OA^2 + OD^2$
$= r^2 + 2r^2 = 3r^2$
Ou seja :
$OF = r\sqrt{3}$

Círculo de raio OF tem área $\pi\left(r\sqrt{3}\right)^2 = 3\pi r^2$
Isso é três vezes a área do círculo original.
Traçando o círculo de raio OF, colocamos o ponto G de intersecção deste círculo com a perpendicular a [AB] que passa por O.
Traçamos a perpendicular em G a (OE), seu ponto de interseção com a perpendicular em A a [AB] é H.
A área do disco com centro O passando por H é quatro vezes maior que a do disco inicial.

Traçando o círculo de raio OH, colocamos o ponto I de intersecção deste círculo com a perpendicular a [AB] que passa por O. Traçamos a perpendicular em I a (OE), seu ponto de interseção com a perpendicular em A a [AB] é J.
A área do disco com centro O passando por J é cinco vezes a do disco inicial.

**Questão 11 – Uma pausa necessária! - 5 pontos**

Observe que com quatro dígitos consecutivos para a exibição da hora, as únicas possibilidades são (0; 1; 2; 3), (1; 2; 3; 4) e (2; 3; 4; 5), pois o primeiro dígito da o display digital deve ser 0; 1 ou 2.
Podemos então listar as 30 horas possíveis:

0 1 2 3

| | | |
|---|---|---|
| 01.23 | 02.13 | 03.12 |
| 01.32 | 02.31 | 03.21 |
| 10.23 | 12.03 | 13.02 |
| 10.32 | 12.30 | 13.20 |
| 20.13 | 21.03 | 23.01 |
| 20.31 | 21.30 | 23.10 |

1 2 3 4

| | | |
|---|---|---|
| 12.34 | 13.24 | 14.23 |
| 12.43 | 13.42 | 14.32 |
| 21.34 | 23.14 | |
| 21.43 | 23.41 | |

2 3 4 5

| |
|---|
| 23.45 |
| 23.54 |

Em 35 minutos, as horas terminadas em 1 nesta tabela teriam um 6 na última posição.
Da mesma forma, aqueles que terminam em 2 teriam um 7 na última posição, aqueles com 3 um 8, e aqueles com 4 um 9, e nenhum display compreendendo 6; 7; 8 ou 9 e não podem ter quatro dígitos consecutivos.
Todos esses tempos podem, portanto, ser excluídos, deixando apenas os tempos que terminam em 0 e 5 (mostrados em vermelho acima).
Há apenas dois horários com exatamente 35 minutos de intervalo: 23h10 e 23h45.
O intervalo de Élio começou às 23h10 e terminou às 23h45.
**Resposta : Élio começou sua pausa às 23h10.**

**Questão 12 – Que pacote ! – 7 pontos**

O volume deste sólido se decompõe da seguinte forma :

- Sete cubos com um comprimento de aresta de 1 m -> volume de $7\mathrm{m}^3$
- Doze quartos de cilindros com raio do círculo base de 1 m e altura de 1 m -> Volume 3 $\pi$ m³ (volume de três desses cilindros)
- Oito oitavos de uma bola com um raio de 1 m -> Volume $\frac{4}{3}\pi\ m^3$

O volume total desse sólido é :

$$7 + 3\pi + \frac{4}{3}\pi = 7 + \frac{13}{3}\pi$$

O volume do sólido é de $7 + \frac{13}{3}\pi\ \approx 20{,}614\ m^3$

**Resposta : o volume do sólido é aproximadamente $\mathbf{20{,}614}$ m³.**

**Questão 13 – Pista de patinação – 10 pontos**

Em uma escala de 1: 200, o comprimento da seção AB é de 15 cm.
O comprimento do segmento de linha CD é tanto o raio do círculo em torno de C quanto o raio do círculo em torno de D. Portanto, os pontos C e D dividem o segmento de linha AB em três partes iguais de 5 cm de comprimento. Os pontos E e F estão nos círculos em torno de C e D. Portanto, os segmentos CE, DE, CF e DF também têm 5 cm de comprimento.
A primeira constrói os triângulos equiláteros CDE e CDF.
Os arcos que passam pelos pontos MN, NP, PQ e QM têm os respectivos centros F, D, E e C e os respectivos raios 10 cm, 5 cm, 10 cm e 5 cm.

Comprimento da divisória de madeira:
Na realidade, os círculos em torno de C e D têm um raio de 10 m e os círculos em torno de E e F têm um raio de 20 m.
O ângulo MFN é de 60° porque também é o ângulo interno do triângulo equilátero CFD.
O comprimento do arco que passa pelos pontos M e N é, portanto, um sexto da circunferência de um círculo com o raio de 20 m : $\frac{40\pi}{6}$
O arco que passa pelos pontos Q e P tem o mesmo comprimento que o arco que passa por M e N.
O ângulo MCQ é 120° (soma dos ângulos internos dos triângulos equiláteros ACM e ACQ).
Portanto, o comprimento do arco através dos pontos P e Q é um terço da circunferência de um círculo com um raio de 10 m : $\frac{20\pi}{3}$
O arco através dos pontos P e N tem o mesmo comprimento que o arco através dos pontos M e Q.
O comprimento da barreira de proteção é :

$$2 * \frac{40\pi}{6} + 2 * \frac{20\pi}{3} = \frac{80\pi}{3} \approx 83{,}78\, m$$

**Resposta : O comprimento da barreira é aproximadamente 83,78 m.**